

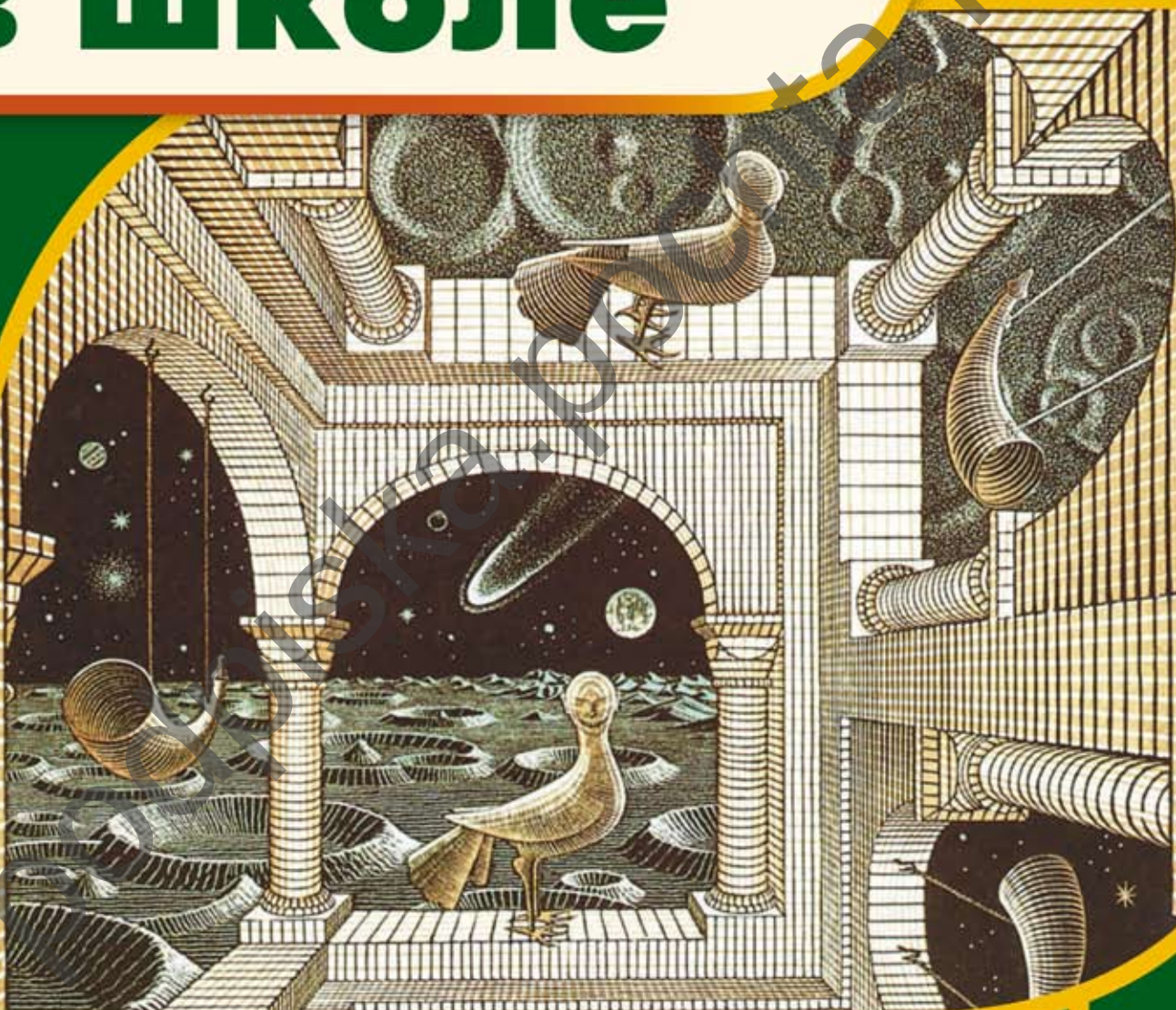


научно-теоретический и методический журнал

1
2023

ISSN 0130-9358

МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ



Методические особенности решения стереометрических задач разными способами

Размышления регионального репетитора

Компьютер: время перемен

**НЕ
ЗАБУДЬТЕ
ПОДПИСАТЬСЯ
НА ЖУРНАЛ
ПО КАТАЛОГУ
«ПОЧТА
РОССИИ»!**



Математика — самый любимый предмет!

Начало нового тысячелетия знаменуется обострением противоречий между стремительными общественными и социальными изменениями окружающего мира, ошеломляющими коммуникативными, технологическими прорывами и — естественным консерватизмом школьного образования. Уже невозможно игнорировать необходимость новаций и в школьной математике, справедливо казавшейся наиболее «устойчивой» в том, что касается содержания и методов обучения, и одновременно всё заметней ностальгическое желание вернуться к привычному, старому, к учебникам, по которым учились в прежние времена, формам преподавания и контроля.

Все последние документы, унификация учебников, программ, форм контроля, ФГОСы и прочее, скорее, льют воду на мельницу «традиционализма», всего привычного, давно освоенного, однако и от реальности, необходимости изменений, новых подходов не спрячешься.

Собственно, об этом многие материалы номера. Это и полемическая статья И.Г. Малышева о новых ФГОСах, и направленный на развитие критического мышления, коммуникативности материал Л.С. Сагатовой, и «Размышления регионального репетитора» А.В. Якубова, и аналитическое рассуждение нашего давнего и верного автора В.И. Рыжика «Компьютер: время перемен», и исследовательский проект П.В. Семёнова, предлагающего неожиданное соединение тем школьного курса математики — классической геометрической и новой вероятностной, и ряд других материалов.

Пожалуй, в том же русле оказывается и основной тезис недавнего доклада члена редколлегии нашего журнала, академика РАН и РАО А.Л. Семёнова «О продолжении российского математического образования в XXI веке», сделанного на семинаре под руководством ректора МГУ академика В.А. Садовниченко и вызвавшего большой резонанс. А.Л. Семёнов справедливо утверждает, что большинство математиков подчеркивают возникший в школе интерес к решению задач, которые неизвестно, как решать. Теперь же,

в XXI веке, возможно и нужно, уверен докладчик, построить математическое образование не только для избранных, высокомотивированных, но и для всех учащихся — на задачах, которые неизвестно, как решать. Конечно, разных по уровню задач для разных учеников, чтобы изучение математики стало интересным и психологически комфортным для учащихся разных способностей и склонностей.

Импульсы в профессиональной среде учителей, учёных, методистов, создателей учебников, стандартов и экзаменов, противоречивы и направлены. А что происходит в среде учащихся и их родителей, тех, кого на современном сленге можно назвать «пользователями»?

И тут, как принято говорить, «есть и хорошие новости». Они обнаруживаются в довольно неожиданных по отношению к школьным урокам математики недавних результатах опроса «Как оценивают свои школьные годы взрослые москвичи», проведённого создателями столичной программы «Город».

Сначала о процентах, которые примерно соответствуют привычным представлениям о школе и потому не вызывают удивления. 58% опрошенных жителей города заявили, что им нравилось учиться в школе, а 27% не любили туда ходить. Оставшиеся 15% не смогли однозначно ответить на этот вопрос.

Но вот что удивительно. Мы привыкли обречённо считать, что основная масса школьников не любит математику, — говорящую о вещах абстрактных, оторванных от повседневной жизни, малопонятную, трудную, напрягающую, не любит, и уж тем более не считает её «самым любимым предметом».

Однако, по результатам опроса, самым любимым предметом москвичей была именно математика, её назвали 26% взрослых. Следом по популярности идут русский с литературой (19%) и физкультура (16%). Увы, у 11% москвичей любимого предмета не было вообще.

Самый любимый предмет — математика! Это вселяет надежду.

Евгений Бунимович

МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ
И МЕТОДИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

1/2023

Министерство
просвещения
Российской Федерации
ООО «Школьная Пресса»
Издаётся с мая 1934 г.
Периодичность — 8 номеров в год

В НОМЕРЕ:

АКТУАЛЬНАЯ ТЕМА

- 3 Малышев И.Г.
О беготне впереди паровоза

ОЛИМПИАДЫ

- 10 Агаханов Н.Х., Богданов И.И., Кожевников П.А., Подлипский О.К., Рубанов И.С., Антропов А.В., Козлов Ю.П., Кузнецов А.С., Сухов К.А., Храмцов Д.Г.
Региональные этапы Всероссийской олимпиады школьников по математике и олимпиады им. Л. Эйлера 2021/2022 учебного года (первый день)

МЕТОДИЧЕСКИЙ СЕМИНАР

- 22 Сагателова Л.С.
Методические особенности решения стереометрических задач разными способами

ВНЕ УРОКА

- 33 Семёнов П.В.
Каких треугольников больше? (Сюжет для исследовательских проектов школьников)

ТОЧКА ЗРЕНИЯ

- 41 Якубов А.В.
Размышления регионального репетитора

ПРОБЛЕМЫ И СУЖДЕНИЯ

- 52 Рыжик В.И.
Компьютер: время перемен

ОСОБЫЕ ТОЧКИ

- 61 Карпушина Н.М.
«Принят закон о единых программах и учебниках в школе» и другие новости (обзор интернет-ресурсов)

ХРОНИКИ

- 65 Вечтомов Е.М., Ястребов А.В.
Сорок первый международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов

ЗАДАЧИ

- 72 Иванова Е.Ю.
«Шахматные» задачи

ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ СТРАНИЦА

- 78 Карпушина Н.М.
Хвала кирпичу

Журнал включён в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук. Журнал зарегистрирован в национальной библиографической базе данных научного цитирования РИНЦ. Статьям журнала присваивается идентификатор DOI	
Главный редактор Е.А. Бунимович Заместитель главного редактора С.И. Калинин Редакционная коллегия: Н.Х. Агаханов, Г.А. Клековкин, И.Е. Малова, С.В. Пчелинцев, В.И. Рыжик, О.А. Саввина, Е.А. Седова, А.Л. Семёнов Редакторы: Н.М. Карпушина, В.П. Норин, Л.В. Панкратова, М.А. Родионов, Т.Н. Сабурова, А.Н. Соколова, Д.В. Широков Выпускающий редактор И.А. Моргунова Компьютерная верстка В.Н. Бармин ООО «Школьная Пресса» Корреспонденцию направлять: 127254, Москва, а/я 62 Телефоны: 8(495) 619-52-87, 619-83-80 E-mail: matematika@schoolpress.ru Интернет http://www.shkolnayaipressa.ru	Журнал зарегистрирован Министерством РФ по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-33044 от 04 сентября 2008 г. Формат 84×108/16 Усл. п. л. 5,0. Изд. № 3726. Заказ Отпечатано в АО «ППК «Чувашия» 428019, г. Чебоксары, пр. И. Яковлева, 13 © ООО «Школьная Пресса» © «Математика в школе», 2023, № 1 В оформлении обложки использован фрагмент гравюры Маурица Эшера «Другой мир», 1947 г.
Рукописи, поступившие в редакцию, не возвращаются. Редакция не несёт ответственности за содержание объявлений и рекламы. Издание охраняется Гражданским кодексом РФ (часть 4). Любое воспроизведение материалов, размещённых в журнале, как на бумажном носителе, так и в виде ксерокопирования, сканирования, записи в память ЭВМ, и размещение в Интернете запрещается. Мнение редакции может не совпадать с мнением авторов материалов.	

АКТУАЛЬНАЯ ТЕМА

Математика в школе 2023. № 1. С. 3–9

CURRENT TOPIC

Mathematics at school 2023. № 1. P. 3–9

О БЕГОТНЕ ВПЕРЕДИ ПАРОВОЗОА

ABOUT SCURRY AHEAD OF A TRAIN



А. Дейнека, Раздолье, 1944



В. Комиссаров, Раздолье, 2018

В 2022 году завершился цикл ФГОС ООО и СОО, и начинается следующий ФГОС 2021 года. Заметим, что «овладение системой математических знаний и умений, необходимых для применения в практической деятельности, изучения смежных дисциплин, продолжения образования» из предыдущих стандартов (до 2012 г.) давно никого уже не интересует. Формирование знаний и умений школьников превратились в формирование неких УУД обучающихся. Математическое образование в фантазиях чиновников от образования и теоретиков педагогической науки резко скакнуло вверх. Какие уж тут результаты, (конкретные знания и умения), если цель обучения – формирование универсальных учебных действий, то есть в переводе на русский – растянутый во времени процесс оживления шаблонной мозговой деятельности ученика.

Для этого армия специалистов придумала мир симулякров реального образо-

вательного процесса, то есть образов несуществующих вещей, подобий подобия и копий копии. Симулякр маскирует отсутствие настоящей реальности, закрывая собой пустоту. Именно об этом было написано профессионалом в одной из статей [1]: «Практически ни одна публикация или диссертация последних десятилетий не обходится без привлечения понятий “технология”, “проектная деятельность”, “компетентностная парадигма”, “универсальные учебные действия” и прочих симулякров реального образовательного процесса». Нечто подобное могут проиллюстрировать картины художников в начале статьи: воздух, природа, красота, соревнование – на одной; нарисованное небо, стенка, тренажёры, бег в никуда – на другой. В той же статье нам предлагается «оценить опасность внедрения последних нововведений (компетенций, универсальных учебных действий и прочих последствий рыночной идео-

логии в образовании) в педагогический дискурс».

Ещё раньше не только учителя, но и профессора также были возмущены происходящим [2]: «**Вместо систематической работы над повышением уровня методического мастерства учителей** и их научной подготовки в административном порядке началось внедрение “педагогических технологий”, требование разработки каждым учителем педагогических инноваций, затем на смену пришло формирование предметных компетенций, теперь все ищут пути достижения метапредметности. Теоретикам кажется, что, изобретя звонкую систему лозунгов, они уже обеспечили новое педагогическое направление, не затрудняя себя переводом теорий на язык конкретных моделей урока. Они сами ждут от учителя разработок их набора лозунгов в конкретике предмета...»

А уж авторам учебников давно было всё понятно. Достаточно привести абзац из статьи [3]: «Системно-деятельностный подход – фикция, позволяющая “реформаторам” образования поставить деятельность выше знаний, как телегу перед лошадью. Такая постановка вопроса уже привела к потере качества образования на практике, так как учителей заставляют делать всякие системно-деятельностные выкрутасы, выделяя обязательные этапы урока, которые опытный учитель без административного давления не выделял бы из уважения к своей профессии. Он видит их надуманность, ощущает потерю времени». Кстати, обратите внимание на то, как перекликается мнение о нововведениях специалиста в наше время (см. выше выделенный текст) и мнение профессионала о реформе 1970-х годов (см. ниже выделенный текст): «Прежняя система преподавания математики складывалась многими десятилетиями. Она

постоянно совершенствовалась и, как мы знаем, дала блестящие плоды. Все выдающиеся научно-технические достижения прошлого и настоящего в большей степени обязаны этой системе преподавания математики. **Вместо того, чтобы и далее совершенствовать эту систему с учётом преемственности**, вводя в неё новые научно обоснованные педагогические разработки, Министерство просвещения СССР несколько лет назад без достаточно глубокого и всестороннего изучения существа дела осуществило крутой поворот в преподавании математики. Изложение её сейчас идёт абстрактно, оторвано от реальных образов, пронизано сплошь наукообразием» (из выступления вице-президента АН СССР А.А. Логунова на Сессии Верховного Совета СССР в 1980 г.) [4].

И вот, понимая и соглашаясь с высказыванием известного математика: «Я не чувствую себя ни в коей мере компетентным в педагогике, в которой мне трудно видеть что-либо, кроме искусства»¹, не понимаю, в чём проблема, пусть и не безболезненно, но избавиться от этого морока, уводящего смысл образования в схоластические дебри теоретической педагогики (поистине оксюморон).

А теперь перейдём в наши бурные дни продолжающихся реформ. Новые ФГОС в образовании (которые называли обновлёнными, так как парадигма как корпоративная «истина» не меняется) должны начать действовать с 2022–2023 учебного года только в 1-м и 5-м классах. Учащиеся других параллелей продолжают обучение по старым стандартам. С одной стороны, обновлённый ФГОС в

¹ Р. Том. Современная математика – существует ли она? // Математика в школе. № 1. 1973. С. 89.

образовании никаких революционных изменений не предполагает и является рекомендательным документом по отношению к образовательной программе. С другой стороны, именно с точки зрения программы, её задач и содержания, по математике изменения предстоят существенные.

В настоящее время предложены примерные рабочие программы по базовой и углублённой математике. И вместе с ними получаем следующие проблемы при вхождении в обновлённый ФГОС. Начнём издавека. Математика как интегрированный предмет существует только в начальной школе и в 5–6 классах основной школы. И это эклектичный материал, к которому пришло человечество к XV веку. Начиная с Декарта, часть разделов математики, а именно: Алгебра, Функции, Начала математического анализа, Уравнения и неравенства, Элементы комбинаторики, Статистика и теория вероятностей, стали самодостаточными и отделились от Евклидовой геометрии. Традиционно это есть материал учебников «Алгебра и начала математического анализа» в 10–11 классах и «Алгебра» в 7–9 классах. Как написано в энциклопедии: «Математику можно рассматривать как предмет, развивающийся из взаимодействия алгебры и геометрии, а в отношении метода – из сочетания выкладок и геометрических представлений. Евклидова геометрия является естественным и незаменимым промежуточным звеном между языком как средством общения и языком алгебры».

Учитывая, что из всех разделов математики геометрия является наиболее всесторонне развивающим предметом, в итоговой аттестации по математике и в 9-м и в 11-м классах объединили алгебру с геометрией. До этого в ГИА геометрия была экзаменом по выбору. И сейчас в со-

держании ЕГЭ и ОГЭ геометрия составляет от 25% до 35%, что вполне соответствует часовой нагрузке, приходящейся на геометрию в учебных планах по математике. Попытки ввести математику как интегрированный предмет терпят неудачу по причине принципиальной разницы между алгеброй и геометрией. Поэтому учебников таких нет, а те, которые пытаются внедрить, не находят спроса.

В старшей школе ФГОС СОО, утверждённый приказом министерства от 17 мая 2012 г. № 413, вступил в действие с 2020 года, и в нём есть обязательный предмет «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия». До 2017 года в учебном плане была именно такая запись. Приказ от 29 июня 2017 г. № 613 о внесении изменений в ФГОС уточнял то, что «Учебный план профиля обучения и (или) индивидуальный учебный план должны содержать 11 (12) учебных предметов и предусматривать изучение не менее одного учебного предмета из каждой предметной области, определённой настоящим Стандартом, в том числе общими для включения во все учебные планы являются учебные предметы: русский язык, литература, иностранный язык, математика, история (или Россия в мире), физическая культура, основы безопасности жизнедеятельности, астрономия». Между тем, в других местах того же ФГОС и в тех же изменениях в ФГОС от 2017 г. присутствует запись: «Математика (включая алгебру и начала математического анализа, геометрию)». И только в учебном плане «Математика» не расшифровывается. Отсутствие федеральных комментариев к документам ФГОС привело к тому, что многие посчитали, что с 2020 г. в старших классах не предполагается изучать отдельно алгебру и геометрию, и в журналах будет обозначена «математика».

РЕГИОНАЛЬНЫЕ ЭТАПЫ ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ И ОЛИМПИАДЫ ИМ. Л. ЭЙЛЕРА 2021/2022 УЧЕБНОГО ГОДА (ПЕРВЫЙ ДЕНЬ)

THE REGIONAL STAGES OF THE ALL-RUSSIAN OLYMPIAD ON MATHEMATICS FOR SCHOOL STUDENTS AND EULER OLYMPIAD OF 2021/2022 ACADEMIC YEAR (FIRST DAY)

Научная статья

Scientific article

УДК: 372.851

DOI: 10.47639/0130-9358_2023_1_10

Н.Х. Агаханов, И.И. Богданов,
П.А. Кожевников, О.К. Подлипский,
 Московский физико-технологический институт,
 Москва, nazar_ag@mail.ru,
И.С. Рубанов,
 Кировский Центр дополнительного образования
 одаренных школьников,
А.В. Антропов,
 Москва, Центр педагогического мастерства,
П.Ю. Козлов,
 Московский государственный университет им.
 Ломоносова,
А.С. Кузнецов,
 Санкт-Петербургский государственный универ-
 ситет,
К.А. Сухов,
 Санкт-Петербург, Президентский Физико-Матема-
 тический Лицей № 239,
Д.Г. Храмцов,
 Институт математики им. С.Л. Соболева Сибир-
 ского отделения Российской академии наук

N.Kh. Agakhanov, I.I. Bogdanov,
P.A. Kozhevnikov, O.K. Podlipskii,
 Moscow Institute of Physics and Technology,
 nazar_ag@mail.ru,
I.S. Rubanov,
 Kirov Centre for Additional Education of Gifted
 Student,
A.V. Antropov,
 Moscow, Center for Teacher Excellence,
P.Yu. Kozlov,
 Lomonosov Moscow State University,
A.S. Kuznetsov,
 Saint-Petersburg State University,
K.A. Sukhov,
 Saint-Petersburg, Presidential Physics and Mathe-
 matics Lyceum No. 239,
D.G. Khramtsov,
 Sobolev Institute of Mathematics, Siberian Branch
 of the Russian Academy of Sciences

Аннотация: в статье приводятся задания (с
 решениями) первого дня региональных этапов
 Всероссийской олимпиады школьников по ма-
 тематике и олимпиады им. Л. Эйлера 2021/2022
 учебного года

Abstract: problems with solutions of the first day
 of the regional stages of the All-Russian Olym-
 piad on mathematics for school students and
 Euler Olympiad of 2021/2022 academic year are
 provided

Ключевые слова: Всероссийская олимпиада
 школьников по математике, олимпиады им. Л. Эй-
 лера, региональный этап, олимпиадная задача

Keywords: All-Russian Olympiad on mathemat-
 ics for school students, Euler Olympiad, regional
 stage, Olympiad problem

© Агаханов Н.Х., Богданов И.И., Кожевников П.А., Подлипский О.К., Рубанов И.С.,
 Антропов А.В., Козлов П.Ю., Кузнецов А.С., Сухов К.А., Храмцов Д.Г. 2023

На протяжении ряда лет Всероссий-
 ская олимпиада школьников (ВсОШ) на

региональном этапе проводилась для уча-
 щихся 8, 9, 10 и 11 классов. Затем, в свя-

зи со значительным расширением числа
 предметов, по которым проводится ВсОШ,
 и унификацией её правил, официально
 региональный и заключительный этапы
 ВсОШ стали проводиться только для уча-
 щихся 9–11 классов. И в целях сохране-
 ния наработанной в нашей стране систе-
 мы работы с одарёнными школьниками
 для учащихся 8 класса стала проводиться
 олимпиада им. Л. Эйлера. В статье при-
 ведены задания с решениями первого дня
 региональных этапов ВсОШ и олимпиады
 Эйлера 2021/2022 учебного года.

Условия задач 8 класс

8.1. (И. Рубанов) Как без остатка раз-
 резать клетчатый квадрат размером 8×8
 клеточек на 10 клетчатых прямоуголь-
 ников, чтобы все прямоугольники имели
 различные площади? Все разрезы долж-
 ны проходить по границам клеточек.

8.2. (И. Богданов) Учитель придумал
 ребус, заменив в примере $a + b = c$ на сло-
 жение двух натуральных чисел цифры
 буквами: одинаковые цифры одинаковы-
 ми буквами, а разные – разными. (Напри-
 мер, если $a = 23$, $b = 528$, то $c = 551$, и по-
 лучился, с точностью до выбора букв, ребус
 $AB + BAГ = BBD$). Оказалось, что по полу-
 чившемуся ребусу однозначно восстанав-
 ливается исходный пример. Найдите на-
 меньшее возможное значение суммы c .

8.3. (А. Кузнецов) В треугольнике ABC
 проведены биссектрисы BK и CL . На
 отрезке BK отмечена точка N так, что
 $LN \parallel AC$. Оказалось, что $NK = LN$. Найдите
 величину угла ABC .

8.4. (Е. Бакаев) Числа 1, 2, ..., 1000
 разбили на два множества по 500 чисел:
 красные $k_1, k_2, \dots, k_{500}$ и синие $s_1, s_2, \dots, s_{500}$.
 Докажите, что количество таких пар m и
 n , у которых разность $k_m - s_n$ даёт оста-
 ток 7 при делении на 100, равно количе-

ству таких пар m и n , у которых разность
 $s_n - k_m$ даёт остаток 7 при делении на 100.
 Здесь рассматриваются все возможные
 разности, в том числе и отрицательные.

Напомним, что остатком от деления
 целого числа a на 100 называется раз-
 ность между числом a и ближайшим чис-
 лом, не большим a и делящимся на 100.
 Например, остаток от деления числа 2022
 на 100 равен $2022 - 2000 = 22$, а оста-
 ток от деления числа -11 на 100 равен
 $-11 - (-100) = 89$.

8.5. (И. Рубанов) При каком наиболь-
 шем n существует выпуклый n -угольник,
 у которого длины диагоналей принимают
 не больше двух различных значений?

9 класс

9.1. (П. Кожевников) Петя написал на
 доске десять натуральных чисел, среди
 которых нет двух равных. Известно, что
 из этих десяти чисел можно выбрать три
 числа, делящихся на 5. Также известно,
 что из написанных десяти чисел можно
 выбрать четыре числа, делящихся на 4.
 Может ли сумма всех написанных на до-
 ске чисел быть меньше 75?

9.2. (И. Ефремов) На доске девять раз
 (друг под другом) написали некоторое на-
 туральное число N . Петя к каждому из 9
 чисел приписал слева или справа одну
 ненулевую цифру; при этом все приписан-
 ные цифры различны. Какое наибольшее
 количество простых чисел могло оказаться
 среди 9 полученных чисел?

9.3. (Н. Агаханов) Дан квадратный
 трёхчлен $P(x)$, не обязательно с целыми
 коэффициентами. Известно, что при не-
 которых целых a и b разность $P(a) - P(b)$
 является квадратом натурального числа.
 Докажите, что существует более миллиона
 таких пар целых чисел (c, d) , что разность
 $P(c) - P(d)$ также является квадратом на-
 турального числа.

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ РАЗНЫМИ СПОСОБАМИ

METHODOLOGICAL FEATURES OF SOLVING STEREOMETRIC PROBLEMS THROUGH VARIOUS MEANS

Научная статья

Scientific article

УДК: 373.016.514.113

DOI: 10.47639/0130-9358_2023_1_22

Л.С. Сагателова, канд. пед. наук, доцент, Волгоградский государственный технический университет, lisersag@mail.ru

L.S. Sagatelova, PhD (in Pedagogy), associate professor, Volgograd State Technical University, lisersag@mail.ru

Аннотация: актуализируется проблема решения стереометрических задач разными способами. Решение стереометрических задач рассматривается как средство развития критического мышления, творческих способностей, коммуникативного взаимодействия, необходимых для полноценной жизнедеятельности в динамично развивающемся обществе. Выделены и описаны методические особенности решения стереометрических задач различными способами с применением геометрического, векторного и координатного подходов. Описана организация деятельности обучающихся

Abstract: the article actualises the problem of solving stereometric problems in different ways as a means of developing critical reasoning, creative abilities, communicative interaction, as necessary for full-value activity in the dynamically developing society. The methodological features of solving stereometric problems through various means using geometric, vector and coordinate approaches are highlighted and described. The organisation of learners' activities towards solution of stereometric problems in different ways is described

Ключевые слова: решение стереометрических задач разными способами, методические особенности, организация деятельности

Keywords: solution of stereometric problems in different ways, methodological features, organisation of activities

© Сагателова Л.С. 2023

Развитие математического образования ориентировано на перспективные проблемы социально-экономического развития общества. Особая роль математического образования обусловлена тем, что математика широко используется человечеством во всех сферах жизни. С учётом текущих и перспективных потребностей общества цели среднего общего математического образования должны быть ориентированы на овладение комплексом математических знаний, умений и навыков, необходимых для полноцен-

ной жизни в обществе в долгосрочной перспективе [1–5]. Одним из наиболее эффективных средств в обучении математике считаются задачи [6, 7]. Термин «задача» употребляется достаточно широко. Задачу понимают и как проблему, которую требуется решить, и как проблемную ситуацию [8, с. 100]. Кроме того, математические задачи являются также средством организации учебной деятельности [9]. Причём учебная деятельность должна быть организована учителем математики таким образом, чтобы у обучаю-

щихся формировался интерес к процессу решения задачи.

Обучение в старших классах направлено на подготовку к продолжению образования, а также к успешной профессиональной деятельности, требующей достаточно высокой математической культуры. Умение решать задачи разными способами характеризует высокую степень владения операциями мышления, готовность применять знания в нестандартных ситуациях, решать комбинированные задачи, построенные на межпредметном материале.

Решение стереометрической задачи разными способами позволяет охватить большой объём теоретического материала, установить связи между изучаемыми понятиями и фактами, темами школьного курса геометрии, интегрировать разные образовательные области и дисциплины (метапредметный подход). Выработка умений решать задачи разными способами приучает выдвигать гипотезы и проверять их, сравнивать математические результаты, делать выводы.

Методический аспект решения одной стереометрической задачи разными способами предполагает выбор эффективных форм проведения занятий, организацию самостоятельной работы, сотрудничества и проблемных дискуссий. Правильная организация деятельности при решении стереометрической задачи разными способами позволяет добиться различных целей [10]. Выделяют пять основных целей решения одной задачи разными способами:

1) выявление межпредметных связей: алгебра – геометрия, тригонометрия – геометрия и др.;

2) обобщение и систематизация полученных знаний, установление связей между различными теоретическими фактами;

3) выявление сущности определённых

методов, их отличительных черт, достоинств и недостатков при применении к конкретным классам задач;

4) вооружение учащихся различными методами решения задач с целью обретения ими уверенности в своих силах, возможности в случае затруднения перейти к другому приёму решения;

5) демонстрация рациональности, эффективности и изящества одних и нерациональности и порою ошибочности других способов [11].

Рассмотрим решение одной стереометрической задачи несколькими способами на примере задачи на нахождение расстояний между скрещивающимися прямыми [12]. Решение задач на нахождение расстояний между скрещивающимися прямыми традиционно вызывают затруднения. Объясняется это тем, что у школьников не достаточно развито пространственное мышление. Умение находить расстояние между скрещивающимися прямыми важно для продолжения образования. Например, направление действия силы и некоторый элемент конструкции, на который она воздействует, могут ассоциироваться со скрещивающимися прямыми, между которыми необходимо уметь находить расстояние.

Для нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми применяют геометрический, векторный и координатный подходы. Геометрический подход связан с последовательным рассмотрением нескольких планиметрических задач и требует довольно подробных пояснений. Координатный и векторный подходы позволяют находить расстояния между скрещивающимися прямыми в различных геометрических конфигурациях. Неизменным достоинством данных подходов является их эффективность, несмотря на довольно большой объём вычислений. Ап-

КОМПЬЮТЕР: ВРЕМЯ ПЕРЕМЕН

COMPUTER: TIME FOR CHANGE

Научная статья
УДК: 372.851

Scientific article
DOI: 10.47639/0130-9358_2023_1_52

В.И. Рыжик, канд. пед. наук,
Физико-техническая школа (Санкт-Петербург),
rvi@inbox.ru

V.I. Ryzhik, Ph.D (in Pedagogy),
Physical-Technical school (St. Petersburg),
rvi@inbox.ru

Аннотация: в статье обсуждается кризис школьного математического образования и выход из него в результате использования компьютерных инструментов

Abstract: the crisis of school math education and the way to overcoming the crisis using computer-assisted tools are discussed

Ключевые слова: введение в математику, динамическая модель, компьютерная математика

Keywords: introduction to mathematics, dynamic model, computer-assisted mathematics

© Рыжик В.И. 2023

Кризис в школьной математике
Выступая на VI Международном конгрессе по математическому образованию, академик А.П. Ершов говорил о кризисе школьного математического образования, в частности о присущих ему противоречиях и даже их нарастании¹.

Возникают вопросы:
1. О каких противоречиях речь?
2. Почему они так живучи?
3. А не изжила ли себя нынешняя парадигма школьного математического образования (ОМШ)?

Одна из причин существования этих противоречий – изменения, которые происходят в самой математике. Вот несколько примеров. Существенно возросла роль дискретной математики, моделирования, переосмыслена роль геометрии. Появи-

лись компьютерные инструменты (КИ), повлиявшие на толкование строгости доказательства. Видоизменилась экспериментальная математика, сблизились математика и физика, математика и гуманитарные науки. Другая причина – появление новых тенденций в педагогике, дидактике, реальной практике. Пример тому – повышенное внимание к процессу деятельности, к феномену понимания.

Эти и прочие изменения повлияли на школьную математику. За последние десятилетия в школе появилась информатика, в курс математики добавилась теория вероятностей, в школу пришли основы математического анализа, векторы, координаты, основные понятия теории множеств и математической логики, исчезли как самостоятельные предметы арифметика и тригонометрия. Однако противоречия не исчезли.

И только с появлением КИ, постоянным расширением и углублением их воз-

¹ См.: Ершов А.П. Компьютеризация школы и математическое образование // Математика в школе. – 1989. – № 1.

можностей я связываю такие изменения в школьной математике, которые позволят смягчить имеющиеся противоречия. Об этом и не только далее поведу речь.

Более 60 лет я много кого учил математике (и учу по сию пору) – от учащихся начальной школы до будущих учителей. Примерно половину этого времени я использую КИ. Данная статья – попытка, уже не первая, этот опыт чутко осмыслить.

За многие годы работы я на практике прочувствовал противоречия между:

- содержанием математики как науки и содержанием математики как учебного предмета (пример: отношение науки и отношение учебного предмета к строгости содержания учебного текста);
- целями и ценностями школьного математического образования (готовить к экзаменам или раскрывать значимость и красоту науки?);
- логическим и генетическим подходами к изучению теории (аккуратно рассказывать о производной или исходить из наглядных представлений?);
- реальной работой учителя и ценностями ОМШ (учим без «двоек» или в первую очередь заботимся об истине?);
- реальной работой учителя и принципами дидактики (научность или понятность?);
- строгостью рассуждений и возможной её реализацией (доказывать всё, полностью или избирательно, частично?);
- строгостью курса в целом и возможной её реализацией (чередовать ли доказанное с недоказанным или такое недопустимо?);
- значением геометрии для развития школьника и тем местом, которое она занимает на деле (изучать симметрию или только иллюстрировать её?);

- различными взглядами на школьный курс геометрии (что важнее: пространственное мышление или знание формул?);
- учебной деятельностью и другими видами деятельности: исследовательской и критической (учим хотя бы доказывать то, что требуется, или учим это же открывать и исследовать?);
- обязательной и «абитуриентской» математикой (изучаем логарифмы и их свойства или логарифмы с неизвестным основанием?);
- оценками роли теории и роли задач (что важнее: знать, как вычислить площадь круга, или знать, что это такое?);
- теоретической и практической составляющими ОМШ (аксиомофилы² или практики?);
- различными ролями учителя математики: «просветителя» и «тренера» (рассказывать об исторических корнях понятия иррациональности или упражняться в решении иррациональных уравнений?);
- различными тенденциями при выборе программного материала (изучать комплексные числа или нет?);
- использованием компьютерных инструментов и традиционными образовательными технологиями (применять КИ при решении задач или вовсе отказаться от них?).

Новаии в образовательной политике (ФГОС, ГИА, ЕГЭ) привели к тому, что некоторые из противоречий резко обострились. Пример: сведение ОМШ к решению задач определённого типа и содержания из готового «тренировочного списка».

Далее я употребляю в тексте некоторые общие понятия. Поясню, как я их для себя толкую – для большей чёткости.

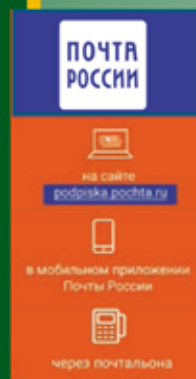
² Термин В. Арнольда.

ПОДПИСКА 2023. I ПОЛУГОДИЕ

Подписывайтесь на журнал «МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ»!

Издается с 1934 года. Входит в перечень ВАК

Статьям журнала присваивается DOI



Журнал
«МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ»
Подписной индекс
П1591
Комплект журналов
«МАТЕМАТИКА В ШКОЛЕ» и
«МАТЕМАТИКА ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ»
Подписной индекс
П1597

ВНИМАНИЕ! Комплекты журналов со скидкой

«МАТЕМАТИКА
В ШКОЛЕ»
и «МАТЕМАТИКА
ДЛЯ
ШКОЛЬНИКОВ»
Подписной
индекс — П1597



Оформляйте подписку на ПЕЧАТНЫЕ ЖУРНАЛЫ издательства «Школьная Пресса»:

● В любом почтовом отделении по каталогу **«Подписные издания. Почта России»**

● На сайте «Почта России»:

<https://podpiska.pochta.ru/publisher/349226>

Открыть ссылку приложением «Камера»



● Урал-Пресс: <http://www.ural-press.ru>

● На сайте издательства **SCHOOLPRESS.RU**

Оформляйте подписку на ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЕРСИИ ПЕЧАТНЫХ ЖУРНАЛОВ:

● Вы можете подписаться на наши журналы через электронно-библиотечные системы:
• Ивис - ivis.ru • Руконт - rucont.ru • eLIBRARY.RU – Научная электронная библиотека

● Подписка на электронные версии печатных журналов оформляется на сайте schoolpress.ru **СКИДКА 500 РУБ. С КАЖДОГО НОМЕРА!**

Электронная версия позволяет: получать журнал быстрее,
экономить средства за подписку и доставку.

Доставка журнала: pdf-файл – на e-mail подписчика.

Открыть ссылку
приложением
«Камера»



ВНИМАНИЕ! Вы можете купить отдельную статью и любой номер журнала
(в т.ч. за прошедшие годы) в электронном виде на сайте www.schoolpress.ru

Тел.: +7(495) 619-52-87, 619-83-80. E-mail: periodika@schoolpress.ru

ISSN 0130-9358



01



Математика в школе, 2023, № 1, 1–80